

Über den Verwandtschaftsgrad *)

Von S. R ö s c h , Wetzlar

Zugleich als wohlverdienter Nachruf für den kürzlich verstorbenen großen Genealogen Wilhelm Karl Prinzen von Isenburg

Begriff und Definition des VG.¹⁾ werden besser nicht aus dem BGB entnommen, sondern aus den biologischen Regeln, die bei der Bildung eines neuen Individuums aus den Keimzellen zweigeschlechtlicher Lebewesen abgeleitet werden können. Da hierbei in ganz klarer Weise der Zufall waltet, können quantitative Aussagen nur mit statistischen Methoden gewonnen werden. Wir wollen definieren:

Der mittlere biologische Verwandtschaftsanteil b („Blutzahl“) zwischen zwei Personen gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß ein bestimmtes Gen, damit also eine bestimmte Eigenschaftsanlage, der einen Person auch bei der anderen auftritt. Zwischen Vater und Sohn ist $b = 0.5$, da der Sohn die eine Hälfte seiner Gene vom Vater, die andere Hälfte von der Mutter hat. Und wir sind uns bewußt, daß im Einzelfall $b_e = 0$ oder $b_e = 1$ ist, und daß es dabei Zwischenwerte nicht gibt (was H. von Schelling sehr schön als das „Alles-oder-Nichts-Gesetz“ bezeichnet²⁾). Entsprechend gilt zwischen einem Probanden und seinem Urenkel $b = 0.125$ (und zwar wechselseitig), da bei dreimaligem Zeugungsvorgang sein Blut dreimal „auf die Hälfte verdünnt“ worden ist: $0.5, 0.25, 0.125$. Auch hier sind nur statistische Mittelwerte gemeint; die wahren Werte sind wieder jeweils $b_e = 0$ oder $b_e = 1$. Es ist daher sinnvoll, auch über sehr ferne Vws.¹⁾ quantitative Angaben zu machen, denn der Zufall kann auch dabei Serien von Werten $b_e = 1$ beschreiben.

Es liegt nahe, statt der Zahl b die Anzahl der „Verdünnungen“ zu zählen, die damit in der Beziehung steht $gb = (-\log b) : \log 2$ oder $b = 2^{-gb}$. Dies ist die Definition des „biologi-

schen Verwandtschaftsgrades (bVG)“. Danach sind Vater und Sohn im 1. Grad verwandt, Proband und Urenkel im 3. Grad, Bruder und Schwester ebenfalls im 1. Grad; denn die Wahrscheinlichkeit, daß beide Geschwister vom Vater das gleiche Gen geerbt haben, ist $b = 0.5 \times 0.5 = 0.25$; da aber über die Mütter Gleiches gilt, summiert sich $0.25 + 0.25$ zu $b = 0.5$, und damit wird $gb = 1$ (während abweichend von diesem biologischen Befund die Juristen für Geschwister $g_j = 2$ rechnen).

Hiermit sind wir in der Lage, jede beliebige Vws. auszurechnen, denn andere als die Kind-Eltern- und die Geschwister-beziehung sind dabei nicht nötig. Beispielsweise ist ein Proband mit seinem „Vetter zweiten Grades“ biologisch im 5. Grad verwandt (es ist $b = 1/32$, $gb = 5$); beide haben ein Urgroßelternpaar gemeinsam.

Da nun die b -Werte den Vorzug haben, summierbar zu sein, können mit ihrer Hilfe auch Mehrfach-vws. statistisch er-

*) Die folgenden Gedanken waren für eine Festschrift zum 200. privaten mathematischen Kolloquium von Prof. W. Lorey in Frankfurt a. M. im Dez. 1954 niedergeschrieben worden. Da diese Festschrift nicht erscheinen konnte, sollen sie hier, etwas dem veränderten Leserkreis angepaßt, der einschlägig interessierten Genealogenschaft zugänglich gemacht werden. Ausführlich findet man diese Probleme dargelegt in S. R ö s c h : Goethes Verwandtschaft, Teil A (Neustadt a. Aisch 1955) oder als Sonderdruck: Grundzüge einer quantitativen Genealogie (dgl.).

¹⁾ Raumsparende Abkürzungen: At. = Ahnentafel(n), Gen. = Generation(en), Nk. = Nachkomme(n), Vws. = Verwandtschaft, bVG. = biologischer Verwandtschaftsgrad, VG. = Verwandtschaftsgrad.

²⁾ Hermann von Schelling: Das Alles-oder-Nichts-Gesetz, gedeutet als Endergebnis einer Auslösungsfolge. In: Abh. preuß. Akad. Wiss. (1944), math.-nat. Kl., Nr. 6, 25 S.

faßt werden. Es ergebe sich z. B., daß zwei Personen über verschiedene Ahnenpaare im 5., im 6. und doppelt im 7. Grad verwandt sind, also $gb = 5^1 6^1 7^2$; ich nenne dieses gb den „ausführlichen bVG.“ (für den ich zunächst keine bessere Schreibweise weiß als diese Aneinanderreihung von Hochzahlen, die natürlich nicht als „5 mal 6 mal 49“ gelesen werden darf; die Schreibweise $gb = 5; 6; 7^2$ ist weniger mißverständlich, aber auch schwerfälliger, zumal recht lange Ketten auftreten können). Aus $b_1 = 1 : 32$, $b_2 = 1 : 64$, $b_3 = 2 : 128$, summiert man $b = (4 + 2 + 2) : 128 = 1 : 16$; hieraus ergibt sich rückwärtis ein „summarischer bVG.“ $g^b = 4$.

Die biologische Bedeutung der letzteren Zahl, die i. A. nicht ganzzahlig ist, liegt darin, daß eine Mehrfach-vws. gerade in solchem Maß die Wahrscheinlichkeit erhöht, als ob der VG. der 4. wäre. Wie erheblich dieses Näherrücken werden kann, mag an einem reellen Beispiel gezeigt werden. Kaiser Friedrich II. (1194—1250) ist auf 47 verschiedenen Wegen Nk. Karls des Großen³⁾, und zwar ist für ihn gb (Karl) = $13^1 14^{10} 15^{17} 16^{11} 17^6 18^2$; da seine erste Gemahlin, Konstanze von Aragon († 1222), die Vws. gb (Karl) = $13^2 14^8 15^{11} 16^3 17^3$ hat, ergibt sich für beider Sohn, König Heinrich VII. (1211—42), der Wert gb (Karl) = $14^3 15^{18} 16^{28} 17^{14} 18^9 19^2$, also $N = 47 + 27 = 74$ als Anzahl der verschiedenen Wege. Bedenkt man nun, daß jede Doppel-vws. in einem bestimmten Grad von gleicher Wirkung ist, wie eine einfache in nächst niedrigerem Grad, also allgemein $g^{2^n} = (g-1)^n$, so kann man aus Heinrichs gb -Wert ableiten: $g^b = 10; 12; 14; 16; 17$, indem man z. B. $14^3 = 13^1 14^1$ und $15^{18} = 11^1 14^1$ setzt, was sich wieder zu $11^1 13^1 14^2 = 11^1 12^1$ zusammenziehen läßt. Den Zwischenwert g^b nenne ich, um klare Begriffe zu haben, den „kleinsten ganzzahligen bVG.“ Sum-

miert man die zu $g^b = 10; 12; 14; 16; 17$ gehörigen b-Werte⁴⁾, so ergibt sich $b = 0.000977 + 0.000244 + 0.000061 + 0.000015 + 0.000008 = 0.001305$, und hieraus wiederum $g^b = 9.58$ als „summarischer bVG.“. Er läßt die hierbei auftretende starke biologische Annäherung Heinrichs an Karl richtig erkennen; denn während Heinrichs obiger Wert gb (Karl) = $14^3 15^{18} 16^{28} 17^{14} 18^9 19^2$ den „Schwerpunkt des ausführlichen bVG.“ (rein arithmetisch) bei $gbs = 16.14$ errechnen läßt, ist dagegen g^b um mehr als 6 Gen. kleiner, die beiden Personen sind sich also gewissermaßen um 2 Jahrhunderte näher gerückt. Dies kann nicht ohne biologische Folgen sein!

Die Umrechnung von g^b in b und daraus in g^b kann erleichtert werden durch Einführung einer weiteren Hilfsgröße. Bedenkt man nämlich, daß z. B. aus $g^b = 10; 12; 14; 16; 17$ sich g^b ergeben muß als ein Dezimalbruch, bei dem links vom Komma 9 steht (der VG. ist infolge der Mehrfach-vws. ein näherer als der 10., aber die Summe von noch so vielen höheren Gliedern als 10 bei

³⁾ Die Zahl wurde gefunden, indem in dem Buch: Die Nk. Karls des Großen von E. Brandenburg (Leipzig 1935) von der 1. Nk.-gen. an systematisch jeder Person ihr gb (Karl) beigezeichnet wurde. Friedrich steht dort unter den 986 Individuen der Gen. XIV (13. Nk.-gen.); insgesamt enthält das Buch in 13 Gen. 2858 Nk. Karls. Die gleiche Zählbarkeit der Mehrfachvws. der Nk. Karls hat Th. Aign in Hersbruck durchgeführt und darüber berichtet in: Zum Problem der Nachkommen- und Ahnengleichheit, Reichsstadt Nürnberg, Altdorf und Hersbruck. In: Freie Schr.-folge d. Ges. Fam.-forschg. Franken (Nürnberg), 6 (1954), S. 64—90. Auf diese sehr interessante Arbeit wird in einer folgenden Publikation noch einzugehen sein. Die Zahlen in Aigns Anlagen 1/3 bedürfen noch einiger Berichtigungen, sollten also vorerst noch nicht weiteren Berechnungen zugrunde gelegt werden.

⁴⁾ Dies wird wesentlich erleichtert durch eine Tabelle über die Beziehungen zwischen gb und b aller Zahlen bis $g = 20$, die in Teil A von „Goethes Vws.“ bzw. in den „Grundz. e. quantit. Geneal.“ S. 16/17 abgedruckt ist.

$g''b$ führt nicht auf einen kleineren Wert als 9), so kann man symbolisch schreiben $g''b = 9 (1; 3; 5; 7; 8)$, wobei die in der Klammer stehenden Überschüsse über 9 genügen, die Dezimalen rechts vom Komma für $g'b$ zu errechnen. Diesen Zwischenwert $g''b$ nenne ich den „reduzierten bVG.“; er vereinfacht die in Anm. 4) erwähnte Tabelle außerordentlich.

Nachdem nunmehr alle Begriffe genannt sind, an deren Klarlegung mir gelegen war, mag ein weiteres Beispiel weit größere Zahlen darlegen, wie sie die Praxis oftmals bietet. Von Goethes At.⁵⁾ wissen wir, daß in der 10. Gen. Contzel Dietz, die natürliche Tochter des Landgrafen Heinrich III. von Hessen (1441—83) auftritt. Über

diese eine Ahnfrau von über 1000 Genossen führen für Goethe, wie eine vorläufige Auszählung ergab, nicht weniger als 2535 Linien zu den Karolingern⁶⁾. Sie verteilen sich so, daß für Goethe gb (Karl) = $30^1 31^{30} 32^{180} 33^{474} 34^{641} 35^{623} 36^{362} 37^{161} 38^{55} 39^8$ wird. (Es ist immer wieder begeisternd, mit welcher Präzision sich bei solch größerem Zahlenmaterial die Gauss'sche Verteilungskurve realisiert!) Die Gewinnung des kleinsten ganzzahligen bVG. $g''b$ aus diesem ausführlichen bVG. erfolgt hier am besten, indem man für jeden Posten g^n (wo g die „Gradnummer der Einzelvws.“, n die Anzahl ihres Vorkommens ist) die Zahl n in eine „dyadische Zahl“ (Zweier-Zahlensystem!) auflöst, und dann für jede Gradnummer summiert, also:

$g =$	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
n (dez.)								1	30	180	474	641	623	362	161	55	8
n (dyad.)						1	1	1	0								
			1	0	1	1	0	1	0	0							
		1	1	1	0	1	1	0	1	0							
		1	0	1	0	0	0	0	0	0							
			1	0	0	1	1	0	1	1							
				1	0	0	1	1	0	1	0						
					1	0	1	0	1	0	0						
						1	0	1	0	0	0						
dyad. Summe:																	
	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0

Dabei wird wiederum von der Regel Gebrauch gemacht, daß anstelle jeder Zahl 2 eine Zahl 1 in das linke Nachbarfeld geschrieben werden kann, statt einer Zahl 4 eine Zahl 1 in das übernächste linke Nachbarfeld usf. Somit ist $g''b =$

23; 25; 26; 27; 29; 31; 32; 33; 35; 36; 38

und

$g''b =$

22 (1; 3; 4; 5; 7; 9; 10; 11; 13; 14; 16).

Für die Klammer ergibt sich als Summe der zugehörigen b -Werte 0.729, und daraus wiederum der summarische bVG.

$$g'b = 2.2.4.5.$$

Gegenüber einem $gbs = 34.55$ ist hier also eine Verschiebung um 12 Gen. oder etwa 400 Jahre eingetreten; um so viel

⁵⁾ C. Knetsch, Leipzig 1932.

⁶⁾ Frln. Gertrud Baecker hat in einer sehr verdienstvollen Arbeit: Statistisches aus Goethes Dynasten-At., In Hess. Fam.-kde. I (1949), Sp. 103—112, die gleiche Arbeit geleistet, wobei sie für Karl d. Gr. 1459 sichere und 1855 wahrscheinliche Vorkommen zählt, Grundlage dafür bildet eine von ihr aufgestellte umfangreiche At. des Landgrafen Heinrich III. bzw. seines Bruders, Landgraf Ludwig II. von Hessen (1438 bis 1471), die nur im Mskr. mit 124 S. (1938) vorliegt. Ihre wie auch meine Zahlen stellen Mindestwerte dar, die durch neue historische Forschungen ständig vergrößert werden können.

näher steht also, biologisch gesehen, Goethe an Karl dem Großen, nur durch Vermittlung dieses einen Ahns!

Diese Möglichkeit der exakten Gradberechnung wurde m. W. in meiner „Goetheverwandtschaft“ erstmalig bekanntgegeben. Auf Vielfach-vws. an sich wurde schon häufig hingewiesen⁷⁾; doch fand ich Versuche der Zählung und ihrer

biologischen Ausdeutung bisher nur bei Rübel-Blaß, G. Baecker, A. Pöschl und Th. Aign⁸⁾. Es wäre sehr zu begrüßen und würde die statistische Arbeit sehr erleichtern, wenn in Werken wie E. Brandenburg³⁾, v. Isenburg oder Winkhaus⁹⁾ solche gb-Zahlen, insbesondere auf Karl d. Gr. bezogen, Eingang fänden.

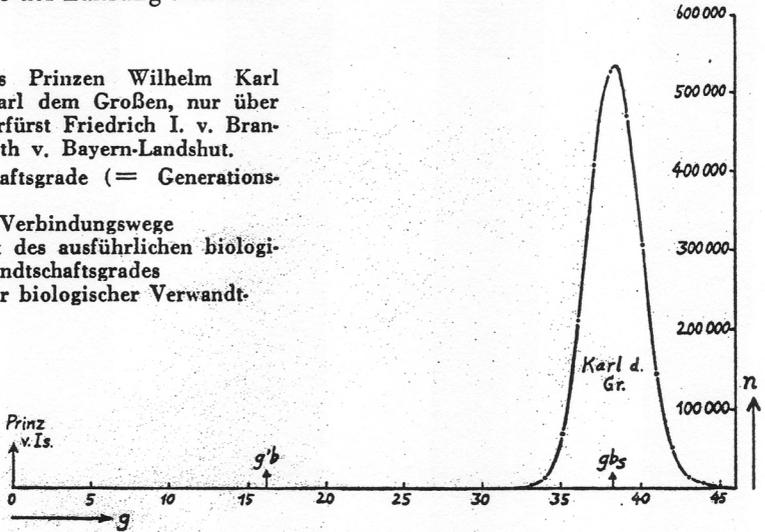
Verwandtschaft des Prinzen Wilhelm Karl v. Isenburg mit Karl dem Großen, nur über das Ahnenpaar Kurfürst Friedrich I. v. Brandenburg ∞ Elisabeth v. Bayern-Landshut.

g = Verwandtschaftsgrade (= Generations-schritte)

n = Anzahl der Verbindungswege

g^b_s = Schwerpunkt des ausführlichen biologischen Verwandtschaftsgrades

g^b = summarischer biologischer Verwandtschaftsgrad



⁷⁾ Z. B. Robert Sommer: Zur Theorie der Verwandtenehe. In: Klinik f. psych. u. nerv. Krankh. 5 (1910), S. 291 ff.; Otfried Praetorius: Eine Gesetzmäßigkeit in der Nachkommenzahl. In: Mitt. Zentralstelle dt. Pers.- u. Fam.-gesch. (Lzg.) 8 (1911), S. 29–40; Hans Friedenthal: Über den Grad der Blutverwandtschaft in der Familie oder Sippschaft. In: Z. Ethnol. 48 (1916), S. 25–34; Hans Kurt von Dittfurth: Die 512 Ahnen Wilhelms IV., Landgrafen von Hessen. In: Nachr. Ges. Fam.-kde. Kurhessen u. Waldeck 4 (1929), S. 74–95; Rudolf Schäfer: Ahnenverluste. In: Fam.-gesch. Bl. 23 (1925), Sp. 186 bis 198; Theodor Mollison: Räumliche Darstellung eines schwäbischen Familienkreises. In: Verh. Ges. phys. Anthropol. (1930), S. 75–80; Felix von Schröder: Der Rückgang der Ahnenzahl. Fam.-gesch. Bl. 39 (1941), Sp. 178–191; At. mit naher Vws. der Eltern, Ebd. 40 (1942), Sp. 41 bis 54; Hermann von Schelling: Die Ahnenschwundregel. In: Der Erbarzt 12 (1944), S. 113–120; Studie über die durchschnittliche verwandtschaftliche Verflechtung innerhalb

einer Bevölkerung. Jena 1945, 64 S.; Wilh. Ludwig: Vetternehenstatistik und Ödipuskomplex. In: Forsch. u. Fortschr. 24 (1948), S. 164–165; Fr. W. Euler: Zum Studium des Ahnenverlustes. In: Hess. Fam.-forscher 1 (1950), Sp. 66–71, und viele Ahnentafeln, insbesondere von Dynasten. Eine hübsche Sammlung von Beispielen gibt W. Ahrens in dem Kapitel XXIII „seltsame Verwandtschaften“ seines Buches Mathematische Unterhaltungen und Spiele, Bd. 2 (1918).

⁸⁾ Rübel-Blaß siehe Anm. 10, Baecker Anm. 6, Aign Anm. 3; Anold Pöschl: Das Gesetz der geschlossenen Blutkreise (Konfuzengesetz) ... Graz 1943, 366 S.; Die Blutvws. und der Drei-Gen.-rhythmus in der Menschheitsentwicklung als soziologisches Grundgesetz. Innsbruck 1951, 70 S.

⁹⁾ Wilhelm Karl Prinz von Isenburg: Stammtafeln zur Geschichte der europäischen Staaten. 3 Bde., Marburg a. L. 1953–56; Eberhard Winkhaus: Ahnen zu Karl dem Großen und Widukind. 2 Bde., Selbstverlag 1950 u. 1953.

Als letztes, eindrucksvolles Beispiel sei noch folgende Berechnung ausgeführt: Wie sind die Probanden der beiden größten bisher veröffentlichten At.¹⁰⁾ miteinander verwandt (wobei v. Isenburg die typische Dynasten-At. hat, Rübel als der Repräsentant der mitteleuropäischen Bürger-At. gelten kann)? Obwohl sicher nähere Beziehungen vorliegen, sollen nur Vws. über Karl d. Gr. in Betracht gezogen werden. Auf der Seite Rübel's liegt die Sache einfach, da für Karl d. Gr. bereits die benötigten gb-Werte beigeschrieben sind: gb (Rübel/Karl) = $32^4 33^{41} 34^{159} 35^{727} 36^{2796} 37^{6478} 38^{9716} 39^{9852} 40^{7290} 41^{3728} 42^{1366} 43^{300} 44^{43} 45^4$ (somit $N = 42504$). Dagegen ist die Isenburg'sche At. nur bis zur 13. Ahnengen. publiziert. Da ihre vollständige Rückführung auf Karl d. Gr. eine sehr zeitraubende (wenn auch hochinteressante) Arbeit wäre, beschränke ich mich zunächst auf ein einziges Ahnenpaar des Prinzen v. I. als Vermittler, nämlich Friedrich I., Kurf. von Brandenburg (1371—1440), ∞ 1401 Elisabeth von Bayern-Landshut (1383—1442), von denen 5 Kinder (Johann, Magdalene, Friedrich II., Albrecht Achilles und Dorothea) vielfältig in v. Isenburg's 13. Gen. auftreten. Die schrittweise ausgezählten gb-Werte dieser 5 Kinder summieren sich bei den Eltern zu gb (Isenb.) = $14^{14} 15^{111} 16^{529} 17^{749} 18^{569} 19^{167} 20^{10}$ (also $N = 2149$). Andererseits konnten Friedrich und Elisabeth mittels bekannter Genelogien¹¹⁾ vielmals an Karl d. Gr. angeschlossen werden, wobei sich ergab: gb (Friedr./Karl) = $18^4 19^{47} 20^{140} 21^{173} 22^{139} 23^{63} 24^{21} 25^2$ ($N = 589$) und gb (Elis./Karl) = $18^1 19^{13} 20^{99} 21^{138} 22^{112} 23^{50} 24^{18} 25^4$ ($N = 435$). Die Verbindung zwischen oben und unten ist herzustellen durch Summation der Karl-Zahlen für das Ehepaar und Multiplizieren dieses Summen-gb-wertes mit dem Isenburg-gb-wert, und zwar Glied für Glied.

Es ergibt sich:

gb (Isenburg/Karl) = $32^{70} 33^{1395} 34^{12651} 35^{66368} 36^{212251} 37^{407948} 38^{524868} 39^{469661} 40^{303080} 41^{141709} 42^{48066} 43^{11057} 44^{1392} 45^{60}$
und $N = 2\ 200\ 576$, also mehr als 2 Millionen Wege!

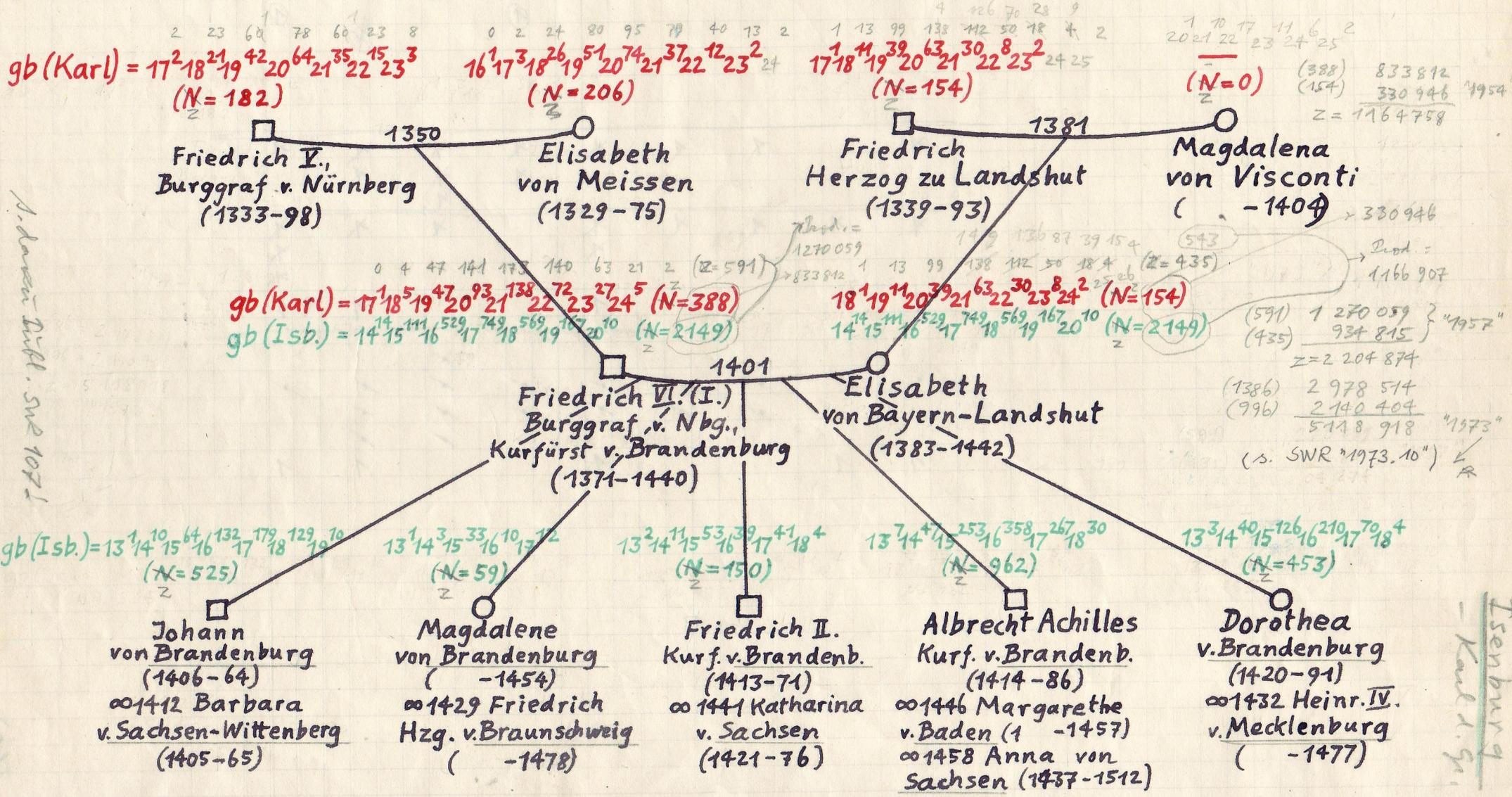
Dies dürfte die größte bisher ermittelte Vielfach-vws. sein, und wenn man bedenkt, daß sie vom Prinzen von Isenburg nur über ein Ahnenpaar der 14. Gen. geführt ist, wird erkennbar, daß bei Berücksichtigung aller Ahnenlinien die Zahl der Abstammungen von Karl d. Gr. weit in die Milliarden gehen wird! Infolge dieser ungeheuren Häufung liefern obige Zahlen für den VG. den Wert $g'b$ (Isenb./Karl) = 16.34. Gegenüber dem Schwerpunkt $g_b = 38.25$ tritt also eine Verschiebung um 22 Gen. (also rund 730 Jahren entsprechend!) ein, gegenüber der kürzesten Verbindungslinie von 32 Gen. eine Annäherung um immer noch fast 16 Gen.!

Kombiniert man nun den für Rübel errechenbaren Wert $g'b$ (Karl) = 23.41 mit dem für Isenburg genannten Mindestwert $g'b$ (Karl) = 16.34, so wird der VG. der beiden Probanden $g'b$ (Isenburg/Karl/Rübel) = 39.75, wogegen die Schwerpunktwerte einen Abstand von rund 78 Graden, die nächsten Linien immer noch 65 Grade ergeben würden. Dies ist also die Verwandtschaft zweier an sich „völlig fremder“ Menschen!

¹⁰⁾ Eduard Rübel: Ahnentafel Rübel-Blaß. 2 Bde. Zürich 1939. Wilhelm Karl Prinz von Isenburg: Meine Ahnen. Leipzig 1925.

¹¹⁾ von Isenburg und Winkhaus siehe Anm. 9); E. Brandenburg siehe Anm. 3), ferner die in Anm. 6) genannte hessische Landgrafen-At. von G. Baecker.

Vielfache Abstammung des Prinzen Wilhelm Karl von Isenburg (*1903) von Karl d. Gr., nur über Kurfürst Friedrich I. von Brandenburg (1371-1440) ∞ Elisabeth von Bayern (1383-1442): (SWR 29.4.54.)



J. Jansen Dipl. SWR 1071

Falkenmarkt "1973.10"

Isenburg - Karl d. Gr.