DK 929.112 : 595.799 : 511.272.1

Z 6800 ×

Die Ahnenschaft einer Biene

Von

Siegfried Rösch

In einer Reihe kleiner Mitteilungen [1] ist eine Sammlung konkreter Beispiele von krassem „Ahnenschwund“ (Inzucht) aus den Bereichen des hohen und niederen Adels, des Bürger- und Bauerntums sowie der Asozialen zusammengetragen worden. Die mathematisch-statistischen Grundlagen dieser ebenso interessanten wie biologisch bedeutsamen Naturphänomene habe ich in meinen „Grundzügen einer quantitativen Genealogie“ [2] entwickelt, wobei auch mehrfach darauf hingewiesen wurde, daß diese Erscheinung nicht bloß für die Humangenealogie von Wichtigkeit sei, sondern ebensosehr auch für die Tier- und Pflanzenzüchtung. Als extreme Grenzfälle wurden in den „Grundzügen“ diejenigen konsequenter Geschwisterpaarung (dort Fig. 14) bzw. der Kind-Elter-Paarung (Fig. 17) behandelt. In beiden Fällen läßt sich beweisen, daß der Proband mit jedem noch so fernen Ahnen näher verwandt ist als ein „normales“ Kind mit seinem Vater oder seiner Mutter, nämlich im Grad gb = 0 (Grundzüge, S. 25). Beide Fälle repräsentieren die geringstmögliche Ahnenanzahl. Im Fall der konsequenten Kind-Elter-Zeugung (Fig. 17) wurde auf S. 26 in Anm. 20 der „Grundzüge“ am Rande noch auf eine mathematisch interessante Zahlenreihe (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 ...) hingewiesen, die dort eine Rolle spielt. Sie ist bekannt unter dem Namen „Fibonacci-Reihe“ [3] und einfach dadurch definiert, daß jedes Glied die Summe der beiden vorangehenden ist.

I

Es wird nun manchen Leser ebensosehr wie mich überraschen, daß diese Zahlenreihe eine ganz vordergründige Rolle bei einer Ahnenschaft spielt, die meines Wissens noch nie in Kreisen der Genealogen erörtert wurde: derjenigen der Biene! Das Reich unserer Honigbiene und einiger ganz weniger ver-

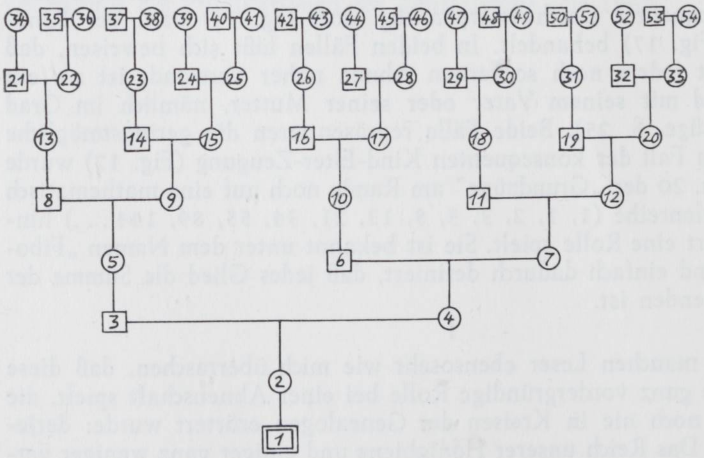
[1] Felix v. Schröder: Fam'gesch. Bll., 39, 1941, Sp. 177—192; W.-H. Deus: Fam. u. Volk, 4, 1955, S. 105—106; H. J. von Brockhusen: ebd. S. 178—179; E. v. Schickfus: ebd. 5, 1956, S. 71; S. Rösch: ebd. S. 198—200, 10, 1961, S. 396—402, und Geneal. 13, 1964, S. 292—293.

[2] Teil A von „Goethes Verwandtschaft“ (Neustadt a. d. Aisch 1956); auch gesondert erschienen als Heft 31 des Praktikums für Familienforscher (1955).

[3] Benannt nach Leonardo *Fibonacci* = Leonardo von Pisa, einem italienischen Mathematiker († um 1250), der das indisch-arabische Zahlensystem nach Europa brachte.

wandter Tierarten ist reich an Eigengesetzlichkeiten, an Beispielen verblüffend hoher Organisation, an Wundern des Instinkts und an noch ungeklärten Rätseln. In ihrer „Genealogie“ nehmen die Bienen eine ganz seltsame Sonderstellung ein. Für die überwiegende Mehrzahl der Lebewesen (Menschen, Tiere, Pflanzen) gilt ja das Gesetz, daß jedes Individuum einen „Vater“ und eine „Mutter“ hat. Würde ein verschrobenes Gelehrtengehirn sich eine Art von Lebewesen ausdenken mit der Regelung, daß jedes Männchen nur von einer Mutter abstammt, jedes Weibchen aber von einem Elternpaar, so würde er (falls er mit der ganzen damit verbundenen Zeugungs- und Gebärtechnik überhaupt selbst zu Rande käme) sicherlich verlacht werden. Die Biene macht es! Und dazu noch mit den erschwerenden Komplikationen, daß es zweierlei Arten von Weibchen gibt: Fortpflanzungsfähige (Königinnen) und Unfruchtbare (Arbeiterinnen), daß von den unzähligen in die Welt gesetzten Drohnen größenordnungsmäßig nur etwa ebensowenige (aber offenbar nicht weiter ausgezeichnete) zur Fortpflanzung beitragen, wie es Königinnen gibt, daß schließlich die Geschlechtsbestimmung anscheinend willkürlich und erst beim „Geburtsakt“ (bei der Eiablage) erfolgt! All diese Wunder wollen wir hier nicht weiter erörtern, sondern als Naturgegebenheiten zur Kenntnis nehmen und nur nüchtern das Ergebnis betrachten.

Infolge der von allem sonst Üblichen abweichenden Spielregeln sieht die Ahnentafel einer Biene [4] so aus (vgl. Abb. 1):



7	8	13	21
6	5	8	13
5	3	5	8
4	2	3	5
3	1	2	3
2	1	1	2
1	0	1	1
0	1	0	1
K	$at_k(m)$	$at_k(w)$	at_k

Abb. 1

[4] Es ist hier nur der Fall des männlichen Probanden, des Drohns, dargestellt. Für weibliche Tiere (Königinnen oder Arbeiterinnen) entfällt nur die unterste Generation. Es empfiehlt sich, dabei die gleiche Zählung beizubehalten, also den Probanden ausnahmsweise = 2 zu setzen.

1. Es kommen nur Drohnen und Königinnen darin vor [5].
2. Auch hier ergibt sich ein streng gesetzmäßiger Aufbau nach mathematischen Regeln.
3. Da nur die Weibchen Väter haben, die Männchen nicht, resultiert für die Anzahl at_k der „Personen" in jeder Generation k ein von unserem gewohnten Schema der Potenzen von 2 völlig abweichendes Bild: Die Zahlen folgen überraschenderweise der oben erwähnten Fibonacci-Reihe!
4. Die getrennte Anzahl der Männchen at_k (m) und der Weibchen at_k (w) ist (außer der zweiten Ahnengeneration) niemals gleich. Es sind stets mehr Weibchen vorhanden. Die Anzahl der Weibchen und die der Männchen in jeder Generation ergibt ebenfalls die Glieder der Fibonacci-Reihe, doch jedesmal um eine Generation nach oben verschoben.
5. Jede Generation endet rechts mit einem Weibchen, links beginnen die Generationen mit gerader Nummer k mit Männchen, die ungeradzahligen Generationen mit Weibchen.
6. Versucht man alle „Personen" der Ahnentafel fortlaufend so zu numerieren, wie man dies nach dem Kekule-Schema gewohnt ist, so resultiert auch hier eine eindeutige Zählweise. Die üblichen Vorteile (alle Männer geradzahlig, alle Frauen ungeradzahlig, Väter gegenüber dem Kind stets mit verdoppelter Zahl) fallen aber weg. Es scheint mir nur die Regel zu bestehen, daß jede Generation links mit der Nummer beginnt, die die Gesamtanzahl der Ahnen in der nächsthöheren Generation angibt; keine ganz einfache, aber immerhin eine Ordnung.

Aus der Beobachtung der verschiedenen Anzahlen at_k (m) und at_k (w) für die Geschlechtsverteilung in der Ahnentafel ergibt sich eine interessante Folgerung. Während beim Menschen und beim überwiegenden Teil der sonstigen Lebewelt beide Geschlechter in der Ahnenschaft vollkommen gleichmäßig vertreten sind, zeigt die Auszählung bei der Biene in den einzelnen Generationen die Zahlen beistehender Tabelle. Man sieht, daß das Verhältnis at_k (m) : at_k (w) einem Grenzwert 0.618 034 zustrebt (interessanterweise wird er alternierend angenähert, d. h. eine Zahl ist zu hoch, die folgende zu niedrig usf.). Diese Zahl ist nun von einer ganz besonderen Bedeutung: Es ist die dem „Goldenen Schnitt" zugrunde liegende Verhältniszahl (Eine Strecke $a+b$ ist harmonisch oder nach dem G. S. geteilt, wenn $a : b = b : (a+b)$ und wenn dabei $b = 0.618\,034$ ist)! Nur andeutend kann bemerkt werden, daß diese

[5] Man weiß heute, daß beim Verlust einer Königin offenbar eine Arbeiterin durch entsprechende Fütterung zur Eiproduktion herangebildet werden kann. Sie ist aber nicht befruchtbar und erzeugt daher nur Drohnen, sie ist „drohnenbürtig", wie man diesen Zustand auch bei alten Königinnen nennt, deren Samenvorrat erschöpft ist. In solchen Ausnahmefällen kann also auch eine Arbeiterin als „Ahnfrau" auftreten; ihr Sohn ist dann ein „proletarischer Drohn"!

Zahl ebenso wie die Fibonacci-Reihe nicht nur in der menschlichen Ästhetik, sondern im ganzen biologischen Naturgeschehen eine bedeutende Rolle zu spielen scheint (Blattstellung an Pflanzenstengeln, Anordnung der Ornamentelemente bei Tannenzapfen, beim Samenkopf der Sonnenblume, bei Blütenblättern, bei Fischschuppen usf., Form der Schneckenhäuser, Proportionen des menschlichen Körpers, Vermehrungstheorie der Tiere u. a. m.), aber auch in der strengen Mathematik (Zehneck, Fünfeck, Pascaldreieck, logarithmische Spirale, gewisse Kettenbrüche u. a.), daß sie also eine „Weltkonstante“ von ähnlicher Bedeutung wie etwa die Zahlen pi oder e ist.

k	at_k (m)	at_k (w)	at_k (m) : at_k (w)
1	0	1	
2	1	1	1.000 000
3	1	2	0.500 000
4	2	3	0.666 667
5	3	5	0.600 000
6	5	8	0.625 000
7	8	13	0.615 385
8	13	21	0.619 048
9	21	34	0.617 647
10	34	55	0.618 182
11	55	89	0.617 978
12	89	144	0.618 066
13	144	233	0.618 026
14	233	377	0.618 037
15	377	610	0.618 033
16	610	987	0.618 034

Man darf nun aus dem Zahlenverhältnis at_k (m) : at_k (w) = 0.618 034 : 1 in der Bienenahnenschaft nicht schließen, daß diese Zahl auch bestimmend für das Mengenverhältnis m : w im Bienenvolk selbst sei. Darin sind Einflüsse maßgebend, die im Einzelfall durch den Willen der Königin oder, besser gesagt, durch den Ratschluß des gesamten demokratischen Bienenvolks, des „Biens“, und schließlich durch das regelnde Eingreifen des menschlichen Bienenvaters bestimmt sind. Die Literatur gibt für den „Normalzustand“ eines Bienenvolks etwa 500 bis 1000 Drohnen und 20 000 bis 30 000 Arbeiterinnen an, deren Zahl aber zeitweise bis 60 000 ansteigen könne.

II

Bei den obigen Überlegungen über die Ahnenschaft der Biene machten wir keine Aussage über die darin enthaltene Anzahl verschiedener Individuen. Man könnte vermuten, daß jede Nummer einem anderen Drohn oder einer anderen Königin entspräche, daß also hier eine völlig inzuchtfreie Ahnenschaft vorliege, weil ja normalerweise jede Königin nur einmal befruchtet werde und weil der gleiche Drohn nicht etwa im Folgejahr nochmals befruchten könne, da er solange nicht lebt. Bei näherem Überlegen kommt man zu gegenteiliger Ansicht. Nehmen wir nämlich den „Normalfall“ der früheren imkerischen Erfahrung — ich möchte ihn die kanonische Form nennen — an, wonach nämlich in jedem Volk nur eine Königin existiert, die bald nach ihrem Ausschlüpfen auf „Hochzeitsreise“ geht, wobei sie von einem der mitschwärmenden Drohnen befruchtet wird; da vorjährige Drohnen nicht mehr existieren, kann dieser „Gatte“ also nur einer ihrer Brüder sein. Daraus folgt leicht, wenn man in der Bienenahnentafel von unten nach oben fortschreitet, daß insgesamt alle Königinnen einer Ahnengeneration identische Individuen sein müssen; Gleiches gilt für alle Drohnen einer Ahnengeneration. Jede Ahnengeneration besteht also nur aus einem Geschwisterpaar, es herrscht somit hier reinste

Inzucht, etwa der Fig. 14 der „Grundzüge“ entsprechend. Infolge der Parthenogenese der Drohnen sieht aber das Schema so aus, wie es unsere Abb. 2 zeigt. Es ist ein sehr interessantes Bild. Die Fibonaccizahlen sind also hier rein theoretische Zahlenwerte, soweit dies die Individuenanzahlen at_k (nach Abb. 1) betrifft. Sie erhalten oder behalten aber Bedeutung als Intensitätswerte, denn sie lassen erkennen, wie oft jedes Individuum als Ahn des Probanden auftritt (vgl. Abb. 2). Ganz ähnlich geschieht dies in der Humangenealogie mit den Zweierpotenzen infolge des „natürlichen Ahnenimplexes“ bei großen Generationsabständen. Der Drohn hat also hiernach in jeder Generation (außer der ersten) nur zwei Ahnen. Das Verhältnis der „praktischen Ahnenzahlen“ ap_k (m) : ap_k (w) ist 1 : 1, im Gegensatz zu dem oben als Intensitätswert gekennzeichneten Verhältnis der „theoretischen Ahnenanzahlen“ at_k (m) : at_k (w) = 0.618 034 : 1.

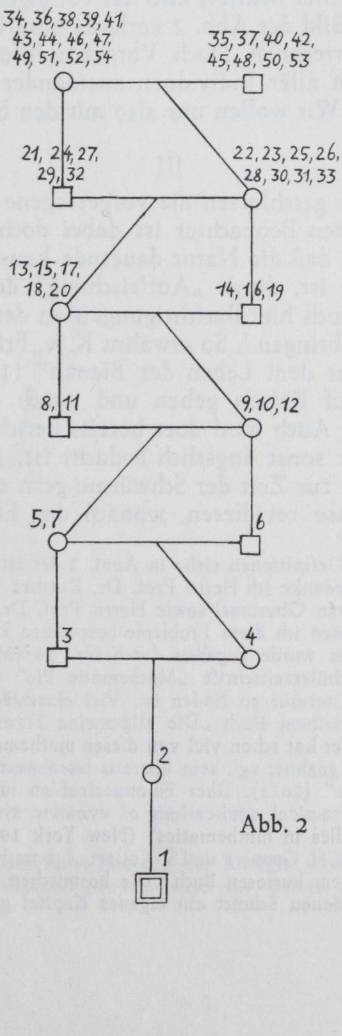


Abb. 2

Ein weiterer, in der Humangenealogie wichtiger Begriff soll hier erwähnt werden: Der „mittlere biologische Verwandtschaftsanteil" b zweier Individuen; denn er ist für die statistische Vererbungsberechnung ebenso unerläßlich wie für die Ermittlung des Verwandtschaftsgrades gb [6]. Ist bezüglich des Probanden 1 (Abb. 1) sowohl für den Großvater 3 als für die Großmutter 4 der Wert b = 0.5, so ergeben sich in der obersten Zeile, der 7. Ahnengeneration, wechselnde Zahlen für b, die zwischen $^1/_8$ und $^1/_{64}$ liegen. Summiert man in jeder Generation diese b-Werte sowohl für die männlichen als die weiblichen Ahnen, so erhält man mit steigender Generationsnummer wieder alternierende Reihen 0, $^1/_2$, $^1/_4$, $^3/_8$, $^5/_{16}$, $^{11}/_{32}$, $^{21}/_{64}$, $^{43}/_{128}$ ... bzw. 1, $^1/_2$, $^3/_4$, $^5/_8$, $^{11}/_{16}$, $^{21}/_{32}$, $^{43}/_{64}$, $^{85}/_{128}$ ..., deren Verhältniswerte schon bald der Grenzzahl b_k (m) : b_k (w) = 0.500 entgegenpendeln. Das Ergebnis ist also: Die biologische Erbbedeutung ist für eine zurückliegende Ahnenkönigin doppelt so groß wie für ihren Ahnendrohnenbruder! Dies ist anschaulich verständlich, da letzterer ja genau das Ahnenerbe seiner Mutter, also der vorangehenden Generation, verkörpert. Das frappante Bild der Abb. 2 verlockt natürlich dazu, auch hier Verwandtschaftsgrade zu errechnen. Doch Vorsicht: Infolge der vielfachen Verwandtschaftsbeziehungen aller Individuen zueinander kann man dabei leicht den Verstand verlieren! Wir wollen uns also mit den bisherigen Ausführungen begnügen!

III

So schön und in sich geschlossen die vorgetragene Theorie auch sein mag: Dem biologisch geschulten Beobachter ist dabei doch nicht ganz wohl: Alle Erfahrung spricht dafür, daß die Natur dauernde konsequente Inzucht vermeidet und immer bemüht ist, durch „Auffrischung" den Erbgang zu beleben. Tatsächlich haben wir auch hier Berichtigungen an dem allzu schematisch bisher Vorgetragenen anzubringen [7]. So erwähnt K. v. Frisch schon in der 1. Auflage seines Buches „Aus dem Leben der Bienen" (1927), daß die Drohnen durchaus selbständig auf Reisen gehen und „nach einer Königin auf dem Hochzeitsfluge suchen". Auch wird dort bereits berichtet, daß die Ordnungspolizei am Flugloch, die sonst ängstlich bedacht ist, jeden Fremdling fernzuhalten, fremde Drohnen zur Zeit der Schwärme gern einläßt! Wir müssen also vor allem obige Prämisse revidieren, wonach das Elternpaar auch stets ein

---

[6] Näheres nebst genaueren Definitionen siehe in Anm. 2 der zitierten „Grundzüge".

[7] Wertvolle Belehrungen verdanke ich Herrn Prof. Dr. Ruttner vom Institut für Bienenkunde der Universität Frankfurt in Oberursel sowie Herrn Prof. Dr. Rietschel vom Zoologischen Institut Frankfurt, mit denen ich diese Probleme besprechen konnte. Die Anregung zu den vorliegenden Überlegungen wurde gegeben durch Nr. 48 (Mai 1966) der reizenden und geistreichen englischen Schülerzeitschrift „Mathematic Pie" (Shirley, Solihull, Warwicks, Engl.), wo auch weitere Literatur zu finden ist. Viel einschlägiges Naturgeschehen legt C. G. Nees v. Esenbeck in seinem Buch „Die allgemeine Formenlehre der Natur" (Breslau 1852) dar. Auch Joh. Kepler hat schon viel von diesen mathematisch-ästhetischen Relationen in der Natur gewußt und geahnt; vgl. sein überaus lesenswertes und anmutiges Schriftchen „Vom sechseckigen Schnee" (1611). Über Fibonaccizahlen und Goldenen Schnitt bringen vieles Jay Hambridge: „Practical applications of dynamic symmetry" (New Haven 1932) und E. P. Nothrop: „Riddles in mathematics" (New York 1944), über die Anwendung in der genealogischen Theorie H. Geppert und S. Koller: „Erbmathematik" (Leipzig 1938). Auch Fritz Noetling hat in seinem kuriosen Buch „Die kosmischen Zahlen der Cheopspyramide" (Stuttgart 1921) dem Goldenen Schnitt ein eigenes Kapitel gewidmet.

Geschwisterpaar sein muß. Es können sich Königin und Drohn ganz verschiedener Völker paaren! Ja, wahrscheinlich ist dies sogar die Regel.

Nach neueren Forschungen weiß man ferner, daß eine Königin bei ihrem Hochzeitsflug bald nach dem Ausschlüpfen nicht, wie bisher angenommen worden war, nur einmal befruchtet wird, sondern daß sie mehrere solche Flüge unternimmt, zur Befruchtung also mehrere verschiedene Drohnen beitragen! Ruttner hat dafür den sicheren Beweis erbracht.[8]

In Verbindung mit dem in Anm. 5 Gesagten ergeben sich also erhebliche Variationsmöglichkeiten für die Gestaltung der Ahnentafel der Biene. Immer aber wird das Schema der Abb. 1 Gültigkeit behalten, und wir dürfen zum Abschluß sagen, daß der Einzelfall stets zwischen dem Extrem der Abb. 2 und der Darstellung der Abb. 1 liegen wird, wenn wir im letzteren Fall alle Nummern als verschiedene Individuen betrachten. Unsere schrittweise Ableitung der Theorie wird wohl ihre Berechtigung behalten.

---

[8] F. Ruttner: Einfache und mehrfache Paarung der Königin, erwiesen aus der Nachkommenschaft. Die Versuche von Vulcano 1954. Bienenvater (österr. Imkerbund), 76, 1955, Hefte 1, 2, 4, 5, 6.